

# Διατάξεις ημιαγωγών

**Δ. Γ. Παπαγεωργίου**  
 Τμήμα Μηχανικών Επιστήμης Υλικών  
 Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

dparageo@uoi.gr  
<http://pc164.materials.uoi.gr/dparageo>

1

## Δίοδος, δίοδος εκπομπής φωτός (LED)

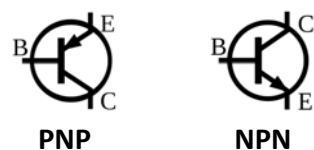
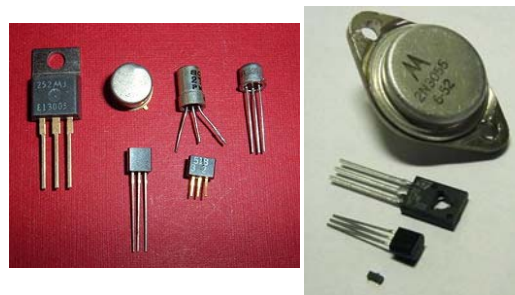
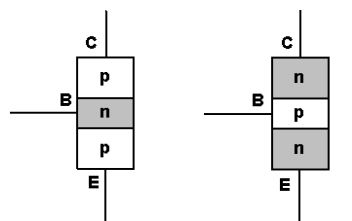


Ημιαγωγίμα και διηλεκτρικά υλικά

2

Η επαφή p-n χωρίς πόλωση

## Τρανζίστορ

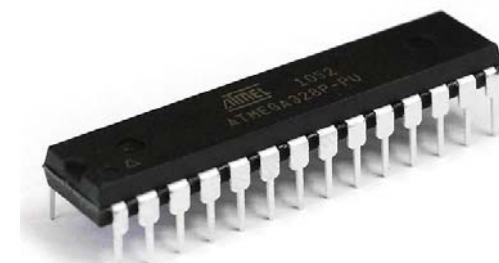


Ημιαγωγίμα και διηλεκτρικά υλικά

3

Η επαφή p-n χωρίς πόλωση

## Ολοκληρωμένο κύκλωμα



Ημιαγωγίμα και διηλεκτρικά υλικά

4

Η επαφή p-n χωρίς πόλωση

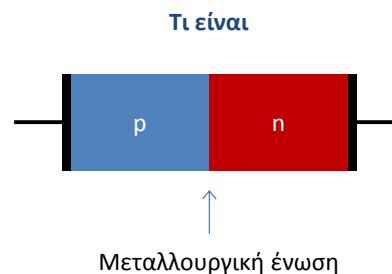
# Η επαφή p-n

Δ. Γ. Παπαγεωργίου  
Τμήμα Μηχανικών Επιστήμης Υλικών  
Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

dparageo@uoi.gr  
<http://pc164.materials.uoi.gr/dparageo>

5

## Η επαφή p-n



### Που χρησιμεύει

- Η διάταξη που αποτελείται από μία επαφή p-n ονομάζεται **δίοδος**.



- Βασική ηλεκτρική ιδιότητα: επιτρέπει στο ρεύμα να διέρχεται προς μια κατεύθυνση μόνο.
- Είναι το βασικό συστατικό όλων των διπολικών διατάξεων.

Διπολική διάταξη: διάταξη όπου έχουμε δύο ειδών φορείς αγωγιμότητας: ηλεκτρόνια και οπές.

Ημιαγωγία και διηλεκτρικά υλικά

6

Η επαφή p-n χωρίς πόλωση

## Υπενθύμιση: Ημιαγωγός τύπου n

- Νόθευση με πεντασθενές στοιχείο (As, P, Sb) σε συγκέντρωση  $N_d \gg n_i$  (δότες).
- Δημιουργούνται ελεύθερα ηλεκτρόνια στη ζώνη αγωγιμότητας.
- Συγκέντρωση φορέων πλειονότητας (ηλεκτρόνια):

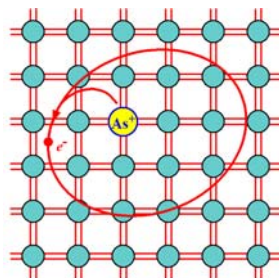
$$n_{no} = N_d$$

- Συγκέντρωση φορέων μειονότητας (οπές):

Εφαρμόζουμε το νόμο δράσης των μαζών:

$$p_{no} n_{no} = n_i^2$$

$$\Rightarrow p_{no} = \frac{n_i^2}{n_{no}} \Rightarrow p_{no} = \frac{n_i^2}{N_d}$$



Ημιαγωγία και διηλεκτρικά υλικά

7

Η επαφή p-n χωρίς πόλωση

## Υπενθύμιση: Ημιαγωγός τύπου p

- Νόθευση με τρισθενές στοιχείο (B, Al, Ga) σε συγκέντρωση  $N_a \gg n_i$  (αποδέκτες).
- Δημιουργούνται οπές στη ζώνη σθένους.
- Συγκέντρωση φορέων πλειονότητας (οπές):

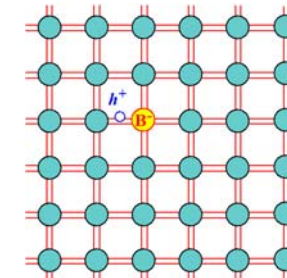
$$p_{po} = N_a$$

- Συγκέντρωση φορέων μειονότητας (ηλεκτρόνια):

Εφαρμόζουμε το νόμο δράσης των μαζών:

$$p_{po} n_{po} = n_i^2$$

$$\Rightarrow n_{po} = \frac{n_i^2}{p_{po}} \Rightarrow n_{po} = \frac{n_i^2}{N_a}$$

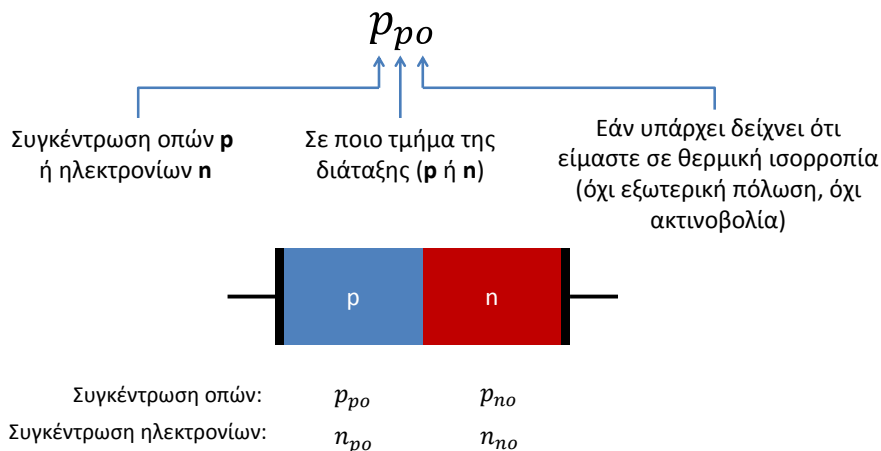


Ημιαγωγία και διηλεκτρικά υλικά

8

Η επαφή p-n χωρίς πόλωση

## Πως συμβολίζουμε τη συγκέντρωση



## Πως κατασκευάζεται μια επαφή p-n

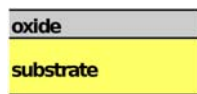
Για να κατασκευάσουμε την επαφή p-n **δεν μπορούμε απλώς να φέρουμε σε επαφή** δύο κομμάτια ημιαγωγών p και n. Διότι:

- Το πυρίτιο που εκτείνεται στον αέρα αποκτά μια λεπτή στρώση οξειδίου. Το οξείδιο δρα ως μονωτής και περιορίζει τη ροή του ρεύματος.
- Λόγω της τραχύτητας της επιφάνειας θα υπάρχουν πολύ λίγα σημεία επαφής. Η ροή του ρεύματος θα περιορίζεται σε αυτά σημεία μόνο.
- Τα άτομα που βρίσκονται στην επιφάνεια του πυριτίου δεν έχουν αρκετούς γείτονες για να ικανοποιηθούν όλοι οι δεσμοί. Αυτό οδηγεί σε αναδόμηση της επιφάνειας και ελεύθερους δεσμούς.

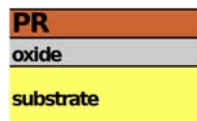


## Πως κατασκευάζεται μια επαφή p-n: Φωτολιθογραφία

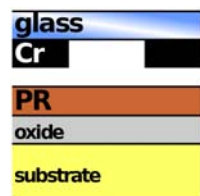
Αρχικά δημιουργείται το υπόστρωμα (πχ. τύπου n) και καλύπτεται με ένα λεπτό στρώμα μονωτικού οξειδίου  $\text{SiO}_2$



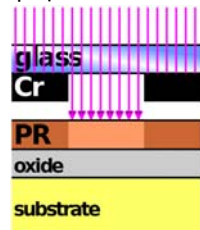
Στη συνέχεια επικαλύπτεται με ένα ειδικό υλικό (photoresist) που έχει την ιδιότητα να καταστρέφεται από υπεριώδη ακτινοβολία.



Εφαρμόζεται ειδικό φράγμα (μάσκα) που έχει σχεδιασμένη την επιθυμητή μορφή.

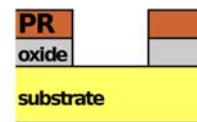


Γίνεται έκθεση σε υπεριώδη ακτινοβολία που καταστρέφει το ακάλυπτο photoresist

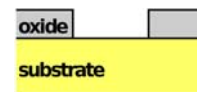


## Πως κατασκευάζεται μια επαφή p-n: Φωτολιθογραφία

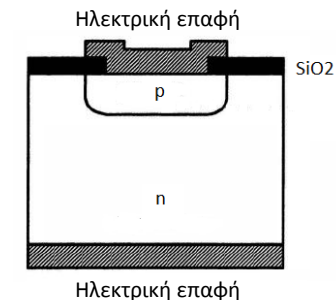
Γίνεται υγρή απόξεση (etching) δηλαδή αφαίρεση υλικού με οξύ (συνήθως HF). Αφαιρείται από όλη την επιφάνεια το στρώμα του  $\text{SiO}_2$  εκτός από εκεί όπου υπάρχει ακόμα το photoresist το οποίο και το προστατεύει.



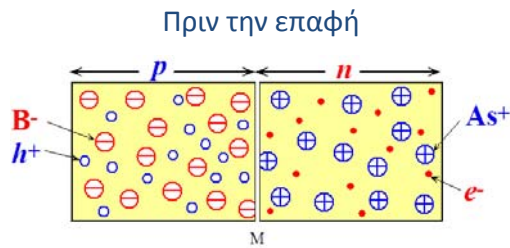
Τέλος με την αφαίρεση του εναπομείναντος photoresist προκύπτει η επιθυμητή μορφοποίηση του "παραθύρου".



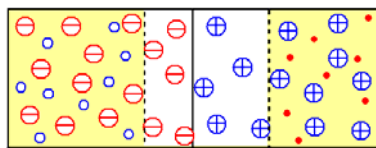
Μέσα από το "παραθύρο" διοχετεύεται το υλικό νόθευσης και δημιουργείται η περιοχή p.



## Η περιοχή απογύμνωσης



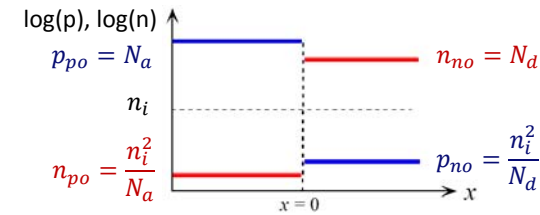
Μετά την επαφή



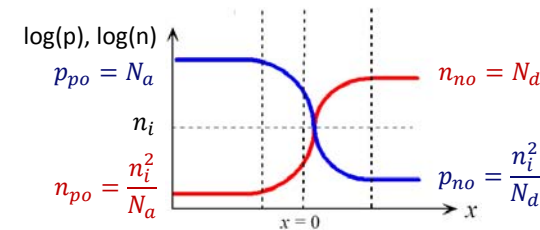
Περιοχή απογύμνωσης ή περιοχή φορτίων χώρου

- Η μεγάλη συγκέντρωση οπών στην περιοχή p προκαλεί διάχυση οπών προς την περιοχή n και επανασύνδεση με ηλεκτρόνια.
- Η μεγάλη συγκέντρωση ηλεκτρονίων στην περιοχή n προκαλεί διάχυση ηλεκτρονίων προς την περιοχή p και επανασύνδεση με οπές.
- Η περιοχή κοντά στην ένωση απογυμνώνεται από φορείς αγωγιμότητας.
- Υπενθύμιση: Δότες και αποδέκτες δεν κινούνται. Κινούνται τα ηλεκτρόνια και οι οπές.

## Η συγκέντρωση φορέων στην περιοχή απογύμνωσης

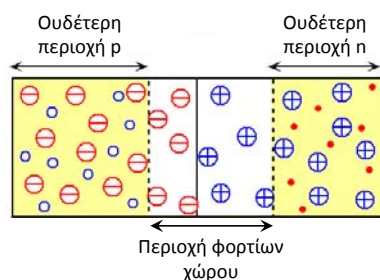


Πριν την επαφή



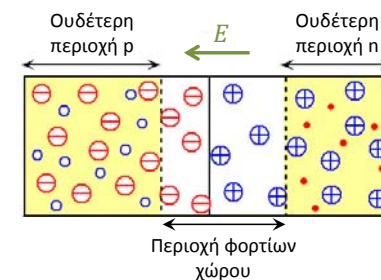
Μετά την επαφή

## Φορτία στην περιοχή απογύμνωσης



- Οπές που μεταβαίνουν από την περιοχή p στην περιοχή n, αφήνουν πίσω ιόντα B<sup>-</sup>
- Όμοια, ηλεκτρόνια που μεταβαίνουν από την περιοχή n στην περιοχή p, αφήνουν πίσω ιόντα As<sup>+</sup>
- Δημιουργείται έτσι μια περιοχή με φορτία γύρω από την ένωση.

## Δημιουργία εσωτερικού ηλεκτρικού πεδίου



Γιατί δεν συνεχίζεται η απογύμνωση της διάταξης από φορείς αγωγιμότητας ;

- Το ηλεκτρικό πεδίο οδηγεί τις οπές πίσω στην περιοχή p.
- Όμοια το ηλεκτρικό πεδίο οδηγεί τα ηλεκτρόνια πίσω την περιοχή n.

Έχουμε δύο ανταγωνιστικά φαινόμενα:

- Διάχυση φορέων λόγω βαθμίδας συγκέντρωσης.
- Ολίσθηση φορέων λόγω του εσωτερικού ηλεκτρικού πεδίου.

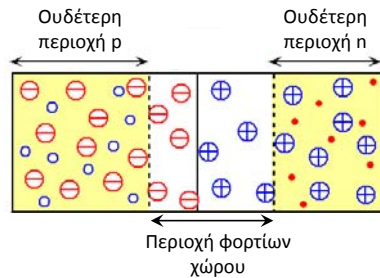
Επέρχεται ισορροπία:

$$J_h(\text{διάχυση}) + J_h(\text{ολίσθηση}) = 0$$

$$J_e(\text{διάχυση}) + J_e(\text{ολίσθηση}) = 0$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

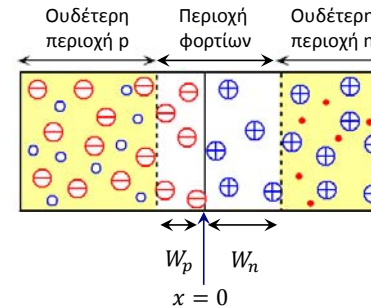
## Προσεγγίσεις στην περιοχή απογύμνωσης



Χρησιμοποιούμε τις παρακάτω προσεγγίσεις για την περιοχή απογύμνωσης:

- 1) Στην περιοχή απογύμνωσης δεν υπάρχουν φορείς αγωγιμότητας.
  - 2) Οι περιοχές εκατέρωθεν της περιοχής απογύμνωσης είναι ηλεκτρικά ουδέτερες.
  - 3) Η μετάβαση από τις ουδέτερες περιοχές στην περιοχή απογύμνωσης γίνεται απότομα.
- Με τις προσεγγίσεις αυτές η διάταξη ονομάζεται **ασυνεχής** ή **βηματική**.

## Έκταση της περιοχής απογύμνωσης



Για την περιοχή p:  $-W_p \leq x \leq 0$

$$N_a = \frac{\text{Πλήθος ιόντων } B^-}{\text{Όγκος}} = \frac{\text{Πλήθος ιόντων } B^-}{W_p A} \Rightarrow$$

*A είναι το εμβαδό της διατομής.*

$$\text{Πλήθος ιόντων } B^- = N_a W_p A$$

Για την περιοχή n:  $0 \leq x \leq W_n$

Με όμοιο τρόπο βρίσκουμε:

$$\text{Πλήθος ιόντων } A_s^+ = N_d W_n A$$

$$e N_d W_n A + (-e) N_a W_p A = 0 \Rightarrow$$

$$N_d W_n = N_a W_p$$

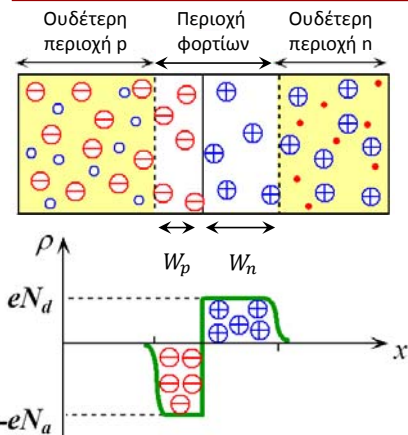
Η περιοχή απογύμνωσης εκτείνεται περισσότερο προς την πλευρά με τη μικρότερη συγκέντρωση.

Όλη η διάταξη είναι ουδέτερη:

Ολικό φορτίο στην περιοχή απογύμνωσης = 0  $\rightarrow$

$$e(\text{Πλήθος ιόντων } A_s^+) + (-e)(\text{Πλήθος ιόντων } B^-) = 0$$

## Η πυκνότητα φορτίου στην περιοχή απογύμνωσης



Πυκνότητα φορτίου  $\rho(x) =$  Ολικό φορτίο ανά μονάδα όγκου στη θέση  $x$

$$\rho = \frac{Q_{ολ}}{V}$$

Για την απογυμνωμένη περιοχή n:

$$Q_{ολ} = e (\text{Πλήθος ιόντων } A_s^+)$$

Για να βρούμε το πλήθος ιόντων  $A_s^+$  χρησιμοποιούμε τον ορισμό της συγκέντρωσης:

$$N_d = \frac{(\text{Πλήθος ιόντων } A_s^+)}{V} \Rightarrow$$

$$(\text{Πλήθος ιόντων } A_s^+) = N_d V$$

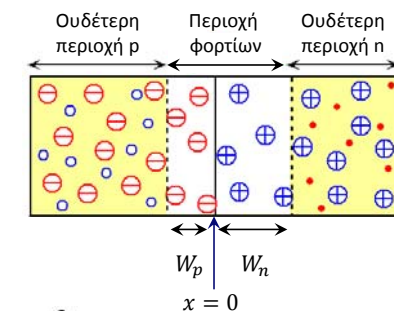
Αντικαθιστώ στην πυκνότητα:

$$\rho = \frac{Q_{ολ}}{V} = \frac{e (\text{Πλήθος ιόντων } A_s^+)}{V} = \frac{e N_d V}{V} = e N_d$$

Όμοια, για την απογυμνωμένη περιοχή p:

$$\rho = -e N_a$$

## Υπολογισμός του ηλεκτρικού πεδίου



Εφαρμόζουμε το νόμο του Gauss:

$$\frac{dE(x)}{dx} = \frac{\rho(x)}{\epsilon}$$

$\rho(x)$  είναι η πυκνότητα φορτίου:

$$\rho(x) = \begin{cases} -e N_a, & -W_p \leq x < 0 \\ e N_d, & 0 \leq x \leq W_n \end{cases}$$

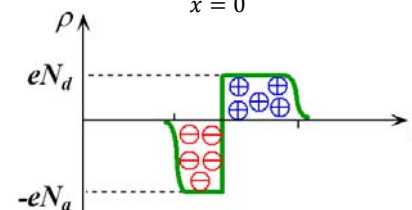
$\epsilon$  είναι η διηλεκτρική σταθερά.

$$\frac{dE(x)}{dx} = \frac{\rho(x)}{\epsilon} \Rightarrow$$

$$dE(x) = \frac{1}{\epsilon} \rho(x) dx \Rightarrow$$

$$E(x) = \frac{1}{\epsilon} \int \rho(x) dx + C$$

Υπολογίζουμε το ολοκλήρωμα ξεχωριστά στις περιοχές p και n.



## Υπολογισμός του ηλεκτρικού πεδίου (περιοχή ρ)

Για την περιοχή ρ:

$$E(x) = \frac{1}{\varepsilon} \int (-eN_a) dx + C_p \Rightarrow$$

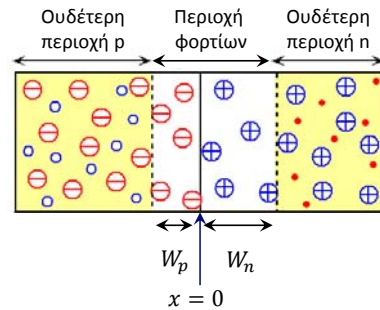
$$E(x) = -\frac{1}{\varepsilon} eN_a x + C_p$$

Η σταθερά  $C_p$  προσδιορίζεται από την απαίτηση το ηλεκτρικό πεδίο να μηδενίζεται εκτός της περιοχής απογύμνωσης:

$$E(-W_p) = 0 \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{\varepsilon} eN_a(-W_p) + C_p = 0 \Rightarrow$$

$$C_p = -\frac{1}{\varepsilon} eN_a W_p$$



$$E(x) = -\frac{1}{\varepsilon} eN_a x + C_p \Rightarrow$$

$$E(x) = -\frac{1}{\varepsilon} eN_a x - \frac{1}{\varepsilon} eN_a W_p \Rightarrow$$

$$E(x) = -\frac{eN_a}{\varepsilon} (x + W_p) \quad -W_p \leq x \leq 0$$

## Υπολογισμός του ηλεκτρικού πεδίου (περιοχή n)

Για την περιοχή n:

$$E(x) = \frac{1}{\varepsilon} \int (eN_d) dx + C_n \Rightarrow$$

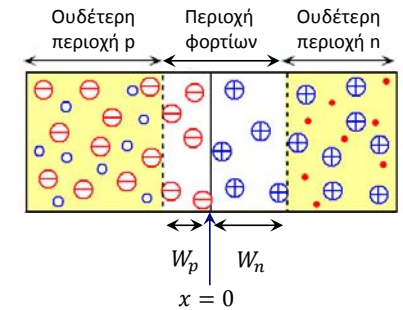
$$E(x) = \frac{1}{\varepsilon} eN_d x + C_n$$

Η σταθερά  $C_n$  προσδιορίζεται από την απαίτηση το ηλεκτρικό πεδίο να μηδενίζεται εκτός της περιοχής απογύμνωσης:

$$E(W_n) = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{\varepsilon} eN_d W_n + C_n = 0 \Rightarrow$$

$$C_n = -\frac{1}{\varepsilon} eN_d W_n$$

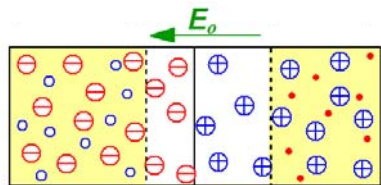


$$E(x) = \frac{1}{\varepsilon} eN_d x + C_n \Rightarrow$$

$$E(x) = \frac{1}{\varepsilon} eN_d x - \frac{1}{\varepsilon} eN_d W_n \Rightarrow$$

$$E(x) = \frac{eN_d}{\varepsilon} (x - W_n) \quad 0 \leq x \leq W_n$$

## Μέγιστη τιμή του ηλεκτρικού πεδίου



Το ηλεκτρικό πεδίο μεταβάλλεται γραμμικά εντός της περιοχής απογύμνωσης.

Η μέγιστη τιμή του ηλεκτρικού πεδίου είναι στο  $x = 0$

Από την πλευρά ρ:

$$E_0 = E(0) = -\frac{eN_a}{\varepsilon} (0 + W_p) = -\frac{eN_a W_p}{\varepsilon}$$

Από την πλευρά n:

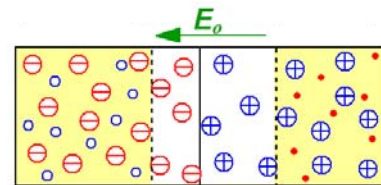
$$E_0 = E(0) = \frac{eN_d}{\varepsilon} (0 - W_n) = -\frac{eN_d W_n}{\varepsilon}$$

Βρήκαμε ότι

$$E(x) = -\frac{eN_a}{\varepsilon} (x + W_p) \quad -W_p \leq x \leq 0$$

$$E(x) = \frac{eN_d}{\varepsilon} (x - W_n) \quad 0 \leq x \leq W_n$$

## Δυναμικό



Το δυναμικό  $V(x)$  σχετίζεται με το ηλεκτρικό πεδίο:

$$E(x) = -\frac{dV(x)}{dx} \Rightarrow$$

$$dV(x) = -E(x) dx \Rightarrow$$

$$V(x) = -\int E(x) dx + C$$

Υπολογίζουμε το ολοκλήρωμα ξεχωριστά στις περιοχές ρ και n.

## Δυναμικό (περιοχή p)

Για την περιοχή p:  $E(x) = -\frac{eN_a}{\varepsilon}(x + W_p)$

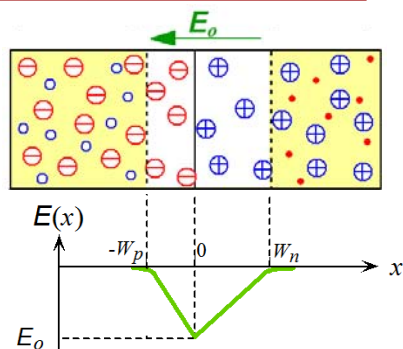
$$V(x) = -\int E(x)dx + C_p \Rightarrow$$

$$V(x) = -\int \left(-\frac{eN_a}{\varepsilon}\right)(x + W_p)dx + C_p \Rightarrow$$

$$V(x) = \int \frac{eN_a}{\varepsilon} x dx + \int \frac{eN_a}{\varepsilon} W_p dx + C_p \Rightarrow$$

$$V(x) = \frac{eN_a}{2\varepsilon} x^2 + \frac{eN_a}{\varepsilon} W_p x + C_p$$

Μας ενδιαφέρει η διαφορά δυναμικού, οπότε για να προσδιορίσουμε τη σταθερά  $C_p$  θεωρούμε ότι στο αριστερό άκρο  $x = -W_p$  το δυναμικό είναι μηδέν.



## Δυναμικό (περιοχή p)

$$V(-W_p) = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{eN_a}{2\varepsilon}(-W_p)^2 + \frac{eN_a}{\varepsilon}W_p(-W_p) + C_p = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{eN_a}{2\varepsilon}W_p^2 - \frac{eN_a}{\varepsilon}W_p^2 + C_p = 0 \Rightarrow$$

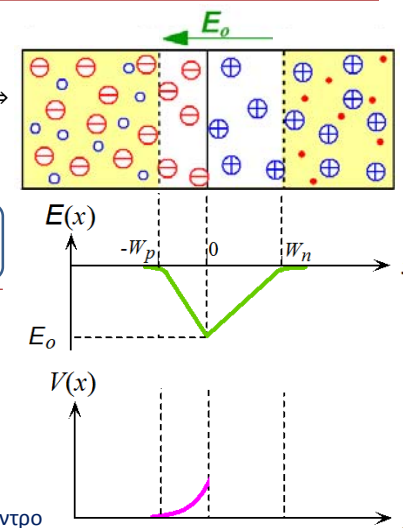
$$-\frac{eN_a}{2\varepsilon}W_p^2 + C_p = 0 \Rightarrow C_p = \frac{eN_a}{2\varepsilon}W_p^2$$

$$V(x) = \frac{eN_a}{2\varepsilon}x^2 + \frac{eN_a}{\varepsilon}W_p x + C_p \Rightarrow$$

$$V(x) = \frac{eN_a}{2\varepsilon}x^2 + \frac{eN_a}{\varepsilon}W_p x + \frac{eN_a}{2\varepsilon}W_p^2 \Rightarrow$$

$$V(x) = \frac{eN_a}{2\varepsilon}(x^2 + 2W_p x + W_p^2) \Rightarrow$$

$$V(x) = \frac{eN_a}{2\varepsilon}(x + W_p)^2 \quad \text{Παραβολή με κέντρο το σημείο } x = -W_p$$



## Δυναμικό (περιοχή n)

Για την περιοχή n:  $E(x) = \frac{eN_d}{\varepsilon}(x - W_n)$

$$V(x) = -\int E(x)dx + C_n \Rightarrow$$

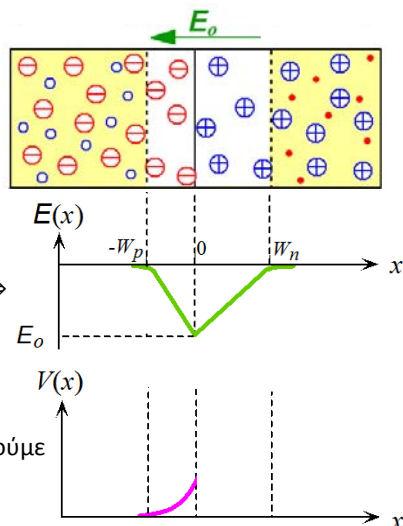
$$V(x) = -\int \frac{eN_d}{\varepsilon}(x - W_n)dx + C_n \Rightarrow$$

$$V(x) = -\int \frac{eN_d}{\varepsilon} x dx + \int \frac{eN_d}{\varepsilon} W_n dx + C_n \Rightarrow$$

$$V(x) = -\frac{eN_d}{2\varepsilon} x^2 + \frac{eN_d}{\varepsilon} W_n x + C_n$$

Για να προσδιορίσουμε τη σταθερά  $C_n$  απαιτούμε το δυναμικό να είναι συνεχές στο  $x = 0$

$$\begin{aligned} V(0) &= V(0) \\ \text{Από αριστερά (p)} &= \text{Από δεξιά (n)} \end{aligned}$$



## Δυναμικό (περιοχή n)

$$\begin{aligned} V(0) &= V(0) \\ \text{Από αριστερά (p)} &= \text{Από δεξιά (n)} \end{aligned} \Rightarrow$$

$$\frac{eN_a}{2\varepsilon}(0 + W_p)^2 = -\frac{eN_d}{2\varepsilon}0^2 + \frac{eN_d}{\varepsilon}W_n \cdot 0 + C_n \Rightarrow C_n = \frac{eN_a}{2\varepsilon}W_p^2$$

$$V(x) = -\frac{eN_d}{2\varepsilon}x^2 + \frac{eN_d}{\varepsilon}W_n x + C_n = -\frac{eN_d}{2\varepsilon}x^2 + \frac{eN_d}{\varepsilon}W_n x + \frac{eN_a}{2\varepsilon}W_p^2$$

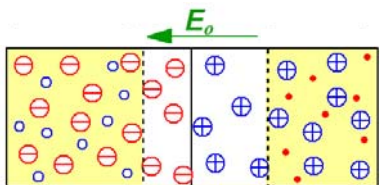
Προσθαφαιρούμε  $eN_d W_n^2 / 2\varepsilon$

$$V(x) = \left(-\frac{eN_d}{2\varepsilon}x^2 + \frac{eN_d}{\varepsilon}W_n x\right) + \frac{eN_a}{2\varepsilon}W_p^2 + \frac{eN_d}{2\varepsilon}W_n^2 \left(-\frac{eN_d}{2\varepsilon}W_n^2\right) \Rightarrow$$

$$V(x) = -\frac{eN_d}{2\varepsilon}(x^2 - 2W_n x + W_n^2) + \frac{eN_a}{2\varepsilon}W_p^2 + \frac{eN_d}{2\varepsilon}W_n^2 \Rightarrow$$

$$V(x) = -\frac{eN_d}{2\varepsilon}(x - W_n)^2 + \frac{e}{2\varepsilon}(N_a W_p^2 + N_d W_n^2) \quad \text{Παραβολή με κέντρο το σημείο } x = W_n$$

## Μέγιστη τιμή του δυναμικού



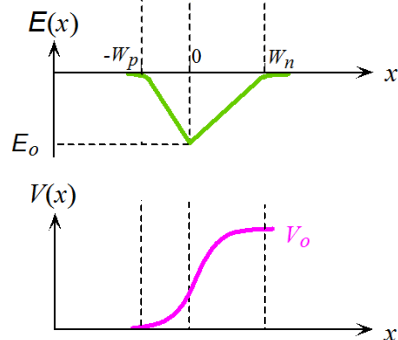
Βρήκαμε ότι στην περιοχή  $0 \leq x \leq W_n$  το δυναμικό είναι:

$$V(x) = -\frac{eN_d}{2\epsilon}(x - W_n)^2 + \frac{e}{2\epsilon}(N_a W_p^2 + N_d W_n^2)$$

Η μέγιστη τιμή του δυναμικού είναι:

$$V_0 = V(W_n) = -\frac{eN_d}{2\epsilon}(W_n - W_n)^2 + \frac{e}{2\epsilon}(N_a W_p^2 + N_d W_n^2) \Rightarrow$$

$$V_0 = \frac{e}{2\epsilon}(N_a W_p^2 + N_d W_n^2)$$



## Συνολικό εύρος της περιοχής απογύμνωσης

Θα συσχετίσουμε το εύρος της περιοχής απογύμνωσης με το εσωτερικό δυναμικό  $V_0$

Βρήκαμε ότι:

$$V_0 = \frac{e}{2\epsilon}(N_a W_p^2 + N_d W_n^2)$$

Επίσης:

$$N_a W_p = N_d W_n \Rightarrow W_n = \frac{N_a}{N_d} W_p$$

Αντικαθιστούμε στον τύπο για το  $V_0$

$$V_0 = \frac{e}{2\epsilon} \left( N_a W_p^2 + N_d \left( \frac{N_a}{N_d} W_p \right)^2 \right) \Rightarrow$$

$$V_0 = \frac{e}{2\epsilon} \left( N_a W_p^2 + \frac{N_a^2}{N_d} W_p^2 \right) \Rightarrow$$

$$V_0 = \frac{e}{2\epsilon} W_p^2 N_a \left( 1 + \frac{N_a}{N_d} \right) \Rightarrow$$

$$W_p = \sqrt{\frac{2\epsilon V_0}{e} \frac{N_d}{N_a(N_a + N_d)}}$$

Με όμοιο τρόπο βρίσκουμε:

$$W_n = \sqrt{\frac{2\epsilon V_0}{e} \frac{N_a}{N_d(N_a + N_d)}}$$

## Συνολικό εύρος της περιοχής απογύμνωσης

Το συνολικό εύρος  $W_0$  της περιοχής απογύμνωσης είναι:

$$W_0 = W_p + W_n =$$

$$\sqrt{\frac{2\epsilon V_0}{e} \frac{N_d}{N_a(N_a + N_d)}} + \sqrt{\frac{2\epsilon V_0}{e} \frac{N_a}{N_d(N_a + N_d)}} =$$

$$\sqrt{\frac{2\epsilon V_0}{e} \frac{1}{(N_a + N_d)}} \left( \sqrt{\frac{N_d}{N_a}} + \sqrt{\frac{N_a}{N_d}} \right) =$$

$$\sqrt{\frac{2\epsilon V_0}{e} \frac{1}{(N_a + N_d)}} \left( \frac{N_d + N_a}{\sqrt{N_a N_d}} \right) =$$

$$\sqrt{\frac{2\epsilon V_0 (N_a + N_d)}{e N_a N_d}} \Rightarrow W_0 = \sqrt{\frac{2\epsilon V_0}{e} \left( \frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right)}$$

## Συσχέτιση του $E_0$ με το $V_0$

Θα συσχετίσουμε τη μέγιστη τιμή  $E_0$  του ηλεκτρικού πεδίου με το εσωτερικό δυναμικό  $V_0$ .

$$\text{Βρήκαμε ότι: } V_0 = \frac{e}{2\epsilon}(N_a W_p^2 + N_d W_n^2)$$

Για το  $E_0$  βρήκαμε ότι:

$$\text{Από την περιοχή p: } E_0 = -\frac{eN_a W_p}{\epsilon} \Rightarrow N_a W_p = -\frac{\epsilon}{e} E_0$$

$$\text{Από την περιοχή n: } E_0 = -\frac{eN_d W_n}{\epsilon} \Rightarrow N_d W_n = -\frac{\epsilon}{e} E_0$$

$$V_0 = \frac{e}{2\epsilon} \left( -\frac{\epsilon}{e} E_0 W_p - \frac{\epsilon}{e} E_0 W_n \right) = -\frac{1}{2} E_0 (W_p + W_n) \Rightarrow$$

$$V_0 = -\frac{1}{2} E_0 W_0$$

Όπου  $W_0$  το ολικό μήκος της περιοχής απογύμνωσης:  
 $W_0 = W_p + W_n$



## Συσχέτιση του $E_0$ με το $V_0$

Έχουμε βρει ότι:

$$W_0 = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{e} \left( \frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right)}$$

Συνεπώς μπορούμε να γράψουμε:

$$V_0 = -\frac{1}{2} E_0 W_0 \Rightarrow$$

$$E_0 = -\frac{2V_0}{W_0} \Rightarrow$$

$$E_0 = -\frac{2V_0}{\sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{e} \left( \frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right)}} \Rightarrow$$

$$E_0 = -\sqrt{\frac{2V_0 e}{\varepsilon} \frac{N_a N_d}{N_a + N_d}}$$

Εξάρτηση της μέγιστης τιμής του ηλεκτρικού πεδίου από το εσωτερικό δυναμικό

## Πως εξαρτάται το δυναμικό $V_0$ από τις συγκεντρώσεις νόθευσης

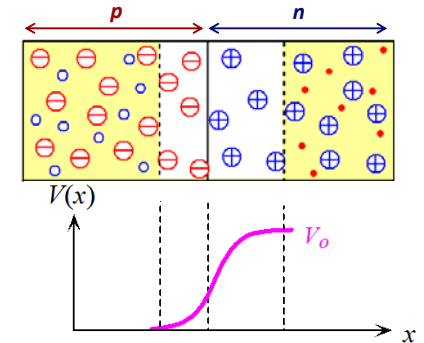
Υπενθύμιση: Φορτίο  $q$  μέσα σε δυναμικό  $V$  έχει ενέργεια:  $E = qV$

Χρησιμοποιώντας στατιστική Boltzmann η συγκέντρωση φορέων είναι:

$$N = A e^{-E/kT} \quad (A: \text{σταθερά})$$

Οι σχετικές συγκεντρώσεις φορέων με διαφορετικές ενέργειες είναι:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{A e^{-E_2/kT}}{A e^{-E_1/kT}}$$



Εξετάζοντας τα ηλεκτρόνια:

Στην ουδέτερη περιοχή p (εκτός της περιοχής απογύμνωσης):

Συγκέντρωση:  $n_{po}$ , ενέργεια εξαιτίας του δυναμικού: 0

Στην ουδέτερη περιοχή n (εκτός της περιοχής απογύμνωσης):

Συγκέντρωση  $n_{no} = N_d$ , ενέργεια εξαιτίας του δυναμικού:  $-eV_0$

## Πως εξαρτάται το δυναμικό $V_0$ από τις συγκεντρώσεις νόθευσης

Οι σχετικές συγκεντρώσεις είναι:

$$\frac{n_{no}}{n_{po}} = \frac{A e^{-(-eV_0)/kT}}{A e^{-0/kT}} = e^{eV_0/kT} \Rightarrow$$

$$\ln \frac{n_{no}}{n_{po}} = \frac{eV_0}{kT} \Rightarrow$$

$$V_0 = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_{no}}{n_{po}}$$

Όμως:  $n_{no} = N_d$

Για να βρούμε το  $n_{po}$  εφαρμόζουμε το νόμο δράσης των μαζών στην περιοχή p:

$$n_{po} p_{po} = n_i^2 \Rightarrow n_{po} N_a = n_i^2 \Rightarrow$$

$$n_{po} = \frac{n_i^2}{N_a}$$

$$V_0 = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_{no}}{n_{po}} \Rightarrow$$

$$V_0 = \frac{kT}{e} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}$$

Στην ίδια σχέση μπορούμε να καταλήξουμε εξετάζοντας τις οπές.

Μπορούμε να μετρήσουμε το εσωτερικό δυναμικό με ένα βολτόμετρο ;

## Σύνοψη #1

$$N_d W_n = N_a W_p$$

$$\rho(x) = \begin{cases} -eN_a, & -W_p \leq x < 0 \\ eN_d, & 0 \leq x \leq W_n \end{cases}$$

$$E(x) = \begin{cases} -\frac{eN_a}{\varepsilon} (x + W_p), & -W_p \leq x < 0 \\ \frac{eN_d}{\varepsilon} (x - W_n), & 0 \leq x \leq W_n \end{cases}$$

$$V(x) = \begin{cases} \frac{eN_a}{2\varepsilon} (x + W_p)^2, & -W_p \leq x < 0 \\ -\frac{eN_d}{2\varepsilon} (x - W_n)^2 + \frac{e}{2\varepsilon(N_a W_p^2 + N_d W_n^2)}, & 0 \leq x \leq W_n \end{cases}$$

$$E_0 = -\frac{eN_a W_p}{\varepsilon} = -\frac{eN_d W_n}{\varepsilon}$$

$$V_0 = \frac{e}{2\varepsilon} (N_a W_p^2 + N_d W_n^2)$$

$$V_0 = -\frac{1}{2} E_0 W_0$$

## Σύνοψη #2

$$V_0 = \frac{kT}{e} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}$$

$$W_0 = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{e} \left( \frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right)}$$

$$E_0 = -\sqrt{\frac{2V_0 e}{\varepsilon} \frac{N_a N_d}{N_a + N_d}}$$

$$W_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{e} \frac{N_d}{N_a(N_a + N_d)}} = W_0 \frac{N_d}{N_a + N_d}$$

$$W_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{e} \frac{N_a}{N_d(N_a + N_d)}} = W_0 \frac{N_a}{N_a + N_d}$$

## Παράδειγμα #1 (εσωτερικό δυναμικό Si)

Μια επαφή p-n πυριτίου έχει συγκέντρωση αποδεκτών  $N_a=10^{16}/\text{cm}^3$  στην περιοχή p και συγκέντρωση δοτών  $N_d=10^{17}/\text{cm}^3$  στην περιοχή n. Ποιο είναι το εσωτερικό δυναμικό σε θερμοκρασία  $T=300\text{K}$  ;

Θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση:

$$V_0 = \frac{kT}{e} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}$$

Χρειαζόμαστε:

Φυσικές σταθερές

$$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Σταθερές του πυριτίου

$$n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

$$V_0 = \frac{(1.38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}) \times (300\text{K})}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} \ln \frac{(10^{16} \text{ cm}^{-3}) \times (10^{17} \text{ cm}^{-3})}{(10^{10} \text{ cm}^{-3})^2} =$$
$$0.0259 \frac{\text{J}}{\text{C}} \ln(10^{13}) = 0.775\text{V}$$

## Παράδειγμα #1 (με μονάδες eV)

Χρειαζόμαστε:

Φυσικές σταθερές

$$k = 8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$$

Σταθερές του πυριτίου

$$n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

Αντικαθιστούμε:

$$V_0 = \frac{kT}{e} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}$$

$$V_0 = \frac{(8.62 \times 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}}) \times (300\text{K})}{e} \ln \frac{(10^{16} \text{ cm}^{-3}) \times (10^{17} \text{ cm}^{-3})}{(10^{10} \text{ cm}^{-3})^2} =$$

$$0.0259\text{V} \ln(10^{13}) = 0.775\text{V}$$

## Υπενθύμιση: Ιδιότητες λογαρίθμων

Ορισμός λογαρίθμου

$$x = b^a \Leftrightarrow \log_b x = a$$

Λογάριθμος του x με βάση b

Ο λογάριθμος που έχει βάση  $b = 10$  λέγεται δεκαδικός λογάριθμος και συμβολίζεται  $\log x$

Ο λογάριθμος που έχει βάση  $b = e$  λέγεται φυσικός λογάριθμος και συμβολίζεται  $\ln x$

Ιδιότητες λογαρίθμων (φυσικών)

$$x = e^y \Leftrightarrow \ln x = y \quad x > 0$$

$$\ln(xy) = \ln x + \ln y$$

$$\ln \frac{x}{y} = \ln x - \ln y$$

$$\ln x^n = n \ln x$$

$$\ln e = 1$$

$$\ln 1 = 0$$

$$x > 1 \Leftrightarrow \ln x > 0$$

$$0 < x < 1 \Leftrightarrow \ln x < 0$$

## Παράδειγμα #2 (μεταβολή εσωτερικού δυναμικού)

Σε δίοδο p-n η συγκέντρωση αποδεκτών είναι  $N_a = 10^{16}/\text{cm}^3$ . Πόσο θα μεταβληθεί το εσωτερικό δυναμικό αν η συγκέντρωση αποδεκτών γίνει  $10^{17}/\text{cm}^3$ ;

Το εσωτερικό δυναμικό δίνεται από:

$$V_0 = \frac{kT}{e} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}$$

Για δύο διαφορετικές συγκεντρώσεις αποδεκτών:

$$V_{01} = \frac{kT}{e} \ln \frac{N_{a1} N_d}{n_i^2}$$

$$V_{02} = \frac{kT}{e} \ln \frac{N_{a2} N_d}{n_i^2}$$

Η μεταβολή είναι:

$$V_{02} - V_{01} =$$

$$\frac{kT}{e} \ln \frac{N_{a2} N_d}{n_i^2} - \frac{kT}{e} \ln \frac{N_{a1} N_d}{n_i^2} =$$

$$\frac{kT}{e} \left( \ln \frac{N_{a2} N_d}{n_i^2} - \ln \frac{N_{a1} N_d}{n_i^2} \right) =$$

$$\frac{kT}{e} \ln \frac{\frac{N_{a2} N_d}{n_i^2}}{\frac{N_{a1} N_d}{n_i^2}} =$$

$$\frac{kT}{e} \ln \frac{N_{a2}}{N_{a1}}$$

## Παράδειγμα #2 (μεταβολή εσωτερικού δυναμικού)

Χρειαζόμαστε:

$$kT/e = 0.0259V$$

Αντικαθιστούμε:

$$V_{02} - V_{01} = \frac{kT}{e} \ln \frac{N_{a2}}{N_{a1}} =$$

$$0.0259V \ln \frac{10^{17} \text{cm}^{-3}}{10^{16} \text{cm}^{-3}} =$$

$$0.0259V \ln 10 =$$

$$0.059V$$

## Παράδειγμα #3

Ποια συγκέντρωση δοτών και αποδεκτών πρέπει να έχω σε συμμετρική δίοδο p-n Si έτσι ώστε το εσωτερικό δυναμικό να είναι 0.84V ;

Σε συμμετρική δίοδο:  $N_a = N_d$

Το εσωτερικό δυναμικό  $V_0$  είναι:

$$V_0 = \frac{kT}{e} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2} \Rightarrow$$

$$V_0 = \frac{kT}{e} \ln \frac{N_a^2}{n_i^2} \Rightarrow$$

$$\frac{V_0}{\frac{kT}{e}} = \ln \frac{N_a^2}{n_i^2} \Rightarrow$$

$$e^{\frac{V_0}{kT/e}} = \frac{N_a^2}{n_i^2} \Rightarrow$$

$$N_a^2 = n_i^2 e^{\frac{V_0}{kT/e}} \Rightarrow$$

$$N_a = n_i e^{\frac{V_0/2}{kT/e}}$$

Χρειαζόμαστε:

$$kT/e = 0.0259V$$

$$n_i = 10^{10} \text{cm}^{-3}$$

## Παράδειγμα #3

Αντικαθιστούμε:

$$N_a = n_i e^{\frac{V_0/2}{kT/e}} \Rightarrow$$

$$N_a = 10^{10} \text{cm}^{-3} e^{\frac{0.84V/2}{0.0259V}} = 1.1 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$$

Συμπεώς:

$$N_a = N_d = 1.1 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$$

## Παράδειγμα #4 (επαφή p<sup>+</sup>n)

Ημιαγωγοί τύπου p με υψηλή νόθευση συμβολίζονται με τον εκθέτη +  
Βρείτε το εύρος της περιοχής απογύμνωσης επαφής p<sup>+</sup>n πυριτίου που έχει νοθευτεί με  $N_a=10^{18}/\text{cm}^3$  στην περιοχή p και  $N_d=10^{16}/\text{cm}^3$  στην περιοχή n.

Θα εφαρμόσουμε τη σχέση:

$$W_0 = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{e} \left( \frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right)}$$

Επειδή  $N_a \gg N_d \Rightarrow$

$$\frac{1}{N_a} \ll \frac{1}{N_d}$$

Συνεπώς:

$$W_0 = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{e} \frac{1}{N_d}}$$

Σημείωση:  $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$

Το δυναμικό  $V_0$  δίνεται από:

$$V_0 = \frac{kT}{e} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}$$

Χρειαζόμαστε:

Φυσικές σταθερές

$kT/e = 0.0259V$

$e = 1.6 \times 10^{-19} C$

$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} F/m$

Σταθερές του πυριτίου

$n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$

$\varepsilon_r = 11.9$

## Παράδειγμα #4 (επαφή p<sup>+</sup>n)

$$V_0 = \frac{kT}{e} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2} = 0.0259V \ln \frac{(10^{18} \text{ cm}^{-3}) \times (10^{16} \text{ cm}^{-3})}{(10^{10} \text{ cm}^{-3})^2} =$$

$$0.0259V \ln(10^{14}) = 0.835V$$

$$W_0 = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{e} \frac{1}{N_d}} = \sqrt{\frac{2 \times (11.9 \times 8.85 \times 10^{-12} \frac{F}{m}) \times (0.835V)}{1.6 \times 10^{-19} C} \frac{1}{10^{16} \text{ cm}^{-3}}} =$$

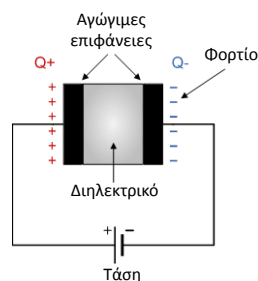
Γνωρίζουμε ότι:  $\text{cm}^{-3} = (10^{-2} \text{ m})^{-3} = 10^6 \text{ m}^{-3}$

$$\sqrt{\frac{2 \times (11.9 \times 8.85 \times 10^{-12} \frac{F}{m}) \times (0.835V)}{1.6 \times 10^{-19} C} \frac{1}{10^{16} \times 10^6 \text{ m}^{-3}}} =$$

$$\sqrt{1.1 \times 10^{-13} \frac{FV}{C} \text{ m}^2}$$

## Παράδειγμα #4 (επαφή p<sup>+</sup>n)

Υπενθύμιση: Χωρητικότητα πυκνωτή



$$\text{Χωρητικότητα} = \frac{\text{Φορτίο}}{\text{Διαφορά δυναμικού}}$$

$$\text{Μονάδες (SI): } F = \frac{C}{V}$$

$$W_0 = \sqrt{1.1 \times 10^{-13} \frac{FV}{C} \text{ m}^2} = 0.33 \times 10^{-6} \text{ m} = 0.33 \mu\text{m}$$

## Παράδειγμα #5

Για το προηγούμενο παράδειγμα ( $N_a=10^{18}/\text{cm}^3$ ,  $N_d=10^{16}/\text{cm}^3$ ) τι ποσοστό της περιοχής απογύμνωσης βρίσκεται στην περιοχή p και τι ποσοστό στην περιοχή n;

Επειδή όλη η διάταξη είναι ηλεκτρικά ουδέτερη, είχαμε βρεί ότι:

$$N_d W_n = N_a W_p \Rightarrow W_n = W_p \frac{N_a}{N_d}$$

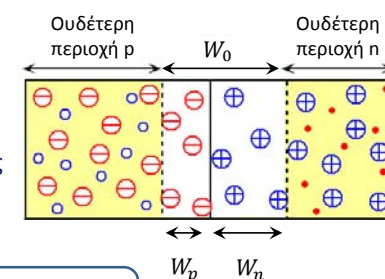
Το ολικό μήκος της περιοχής απογύμνωσης είναι:

$$W_0 = W_p + W_n = W_p + W_p \frac{N_a}{N_d} =$$

$$W_p \left( 1 + \frac{N_a}{N_d} \right) = W_p \frac{N_a + N_d}{N_d} \Rightarrow \frac{W_p}{W_0} = \frac{N_d}{N_a + N_d}$$

Με όμοιο τρόπο βρίσκουμε:

$$\frac{W_n}{W_0} = \frac{N_a}{N_a + N_d}$$



## Παράδειγμα #5

Το ποσοστό της περιοχής απογύμνωσης εντός της περιοχής p είναι:

$$\frac{W_p}{W_0} = \frac{N_d}{N_a + N_d} = \frac{10^{16} \text{ cm}^{-3}}{(10^{18} \text{ cm}^{-3}) + (10^{16} \text{ cm}^{-3})} = \frac{10^{16}}{10^{16}(100 + 1)} = \frac{1}{101} = 0.01 = 1\%$$

Το ποσοστό της περιοχής απογύμνωσης εντός της περιοχής n είναι:

$$\frac{W_n}{W_0} = \frac{N_a}{N_a + N_d} = \frac{10^{18} \text{ cm}^{-3}}{(10^{18} \text{ cm}^{-3}) + (10^{16} \text{ cm}^{-3})} = \frac{10^{18} \times 100}{10^{18}(100 + 1)} = \frac{100}{101} = 0.99 = 99\%$$

Η πλευρά με τη μικρότερη νόθευση ελέγχει τις ηλεκτροστατικές ιδιότητες της επαφής p-n

## Παράδειγμα #6 (μέγιστη ένταση ηλεκτρικού πεδίου)

Δίοδος pn Si έχει συγκέντρωση δοτών  $10^{17} \text{ cm}^{-3}$  και συγκέντρωση αποδεκτών  $10^{18} \text{ cm}^{-3}$ . Ποια είναι η μέγιστη ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στην περιοχή απογύμνωσης;

Η μέγιστη ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι:

$$E_0 = -\sqrt{\frac{2V_0 e}{\epsilon} \frac{N_a N_d}{N_a + N_d}}$$

Το εσωτερικό δυναμικό είναι:

$$V_0 = \frac{kT}{e} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}$$

Υπολογίζουμε πρώτα το εσωτερικό δυναμικό.

Χρειαζόμαστε:  
 $kT/e = 0.0259 \text{ V}$   
 $n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$

$$V_0 = \frac{kT}{e} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2} = 0.0259 \text{ V} \ln \frac{(10^{18} \text{ cm}^{-3}) \times (10^{17} \text{ cm}^{-3})}{(10^{10} \text{ cm}^{-3})^2} = 0.895 \text{ V}$$

## Παράδειγμα #6 (μέγιστη ένταση ηλεκτρικού πεδίου)

Αντικαθιστούμε στη σχέση για το ηλεκτρικό πεδίο.

Χρειαζόμαστε:

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\epsilon_r = 11.9$$

$$E_0 = -\sqrt{\frac{2V_0 e}{\epsilon} \frac{N_a N_d}{N_a + N_d}} = -\sqrt{\frac{2 \times (0.895 \text{ V}) \times (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})}{11.9 \times 8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}} \frac{(10^{18} \text{ cm}^{-3}) \times (10^{17} \text{ cm}^{-3})}{(10^{18} \text{ cm}^{-3}) + (10^{17} \text{ cm}^{-3})}} = -\sqrt{2.72 \times 10^{-9} \frac{\text{VCm}}{\text{F}} \frac{10^{18} \text{ cm}^{-3}}{11}} =$$

## Παράδειγμα #6 (μέγιστη ένταση ηλεκτρικού πεδίου)

$$-\sqrt{0.272 \times 10^9 \frac{\text{VCm}}{\text{F}} \times 10^6 \text{ m}^{-3}} = -\sqrt{0.272 \times 10^{15} \frac{\text{VCm}}{\text{F}} \text{ m}^{-3}}$$

Γνωρίζουμε ότι  $F = C/V$

$$E_0 = -\sqrt{0.272 \times 10^{15} \frac{\text{V}^2}{\text{m}^2}} = -16.5 \times 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}} = -16.5 \frac{\text{V}}{\mu\text{m}}$$

Άρα η μέγιστη ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι  $16.5 \text{ V}/\mu\text{m}$

## Παράδειγμα #7

Δίοδος pn<sup>+</sup> πυριτίου έχει εσωτερικό δυναμικό 0.877V. Ποιά πρέπει να είναι η συγκέντρωση αποδεκτών έτσι ώστε το συνολικό εύρος της περιοχής απογύμνωσης να είναι 0.34μm ;

Θα εφαρμόσουμε τη σχέση:

$$W_0 = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{e} \left( \frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right)}$$

Επειδή  $N_d \gg N_a \Rightarrow$

$$\frac{1}{N_d} \ll \frac{1}{N_a}$$

Συνεπώς:

$$W_0 = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{e} \frac{1}{N_a}} \Rightarrow$$

$$W_0^2 = \frac{2\varepsilon V_0}{e} \frac{1}{N_a} \Rightarrow$$

$$N_a = \frac{2\varepsilon V_0}{e W_0^2}$$

Χρειαζόμαστε:

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\varepsilon_r = 11.9$$

## Παράδειγμα #7

Αντικαθιστούμε:

$$N_a = \frac{2\varepsilon V_0}{e W_0^2} \Rightarrow$$

$$N_a = \frac{2 \times \left( 11.9 \times 8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \right) \times (0.877 \text{ V})}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C}) \times (0.34 \times 10^{-6} \text{ m})^2} =$$
$$10^{24} \text{ m}^{-3} =$$
$$10^{18} \text{ cm}^{-3}$$